

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο – Κλάσματα

2.1 Η έννοια του κλάσματος

❖ Κλασματική μονάδα – κλασματικός αριθμός

- Όταν ένα μέγεθος ή ένα σύνολο ομοειδών αντικειμένων χωρισθεί σε n ίσα μέρη το κάθε ένα από αυτά ονομάζεται νιοστό και συμβολίζεται με $\frac{1}{n}$. Ο αριθμός $\frac{1}{n}$ λέγεται κλασματική μονάδα.
- Κάθε τμήμα του μεγέθους ή του συνόλου αντικειμένων, που αποτελείται από k τέτοια ίσα μέρη, συμβολίζεται με το κλάσμα $\frac{k}{n}$ και διαβάζεται «κάπα νιοστά».
- Στο κλάσμα $\frac{k}{n}$ ο αριθμός k λέγεται αριθμητής, ο αριθμός n λέγεται παρονομαστής. Ο αριθμητής και ο παρονομαστής λέγονται όροι του κλάσματος.
 - ✓ Ο παρονομαστής μας δείχνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε ένα μέγεθος ενώ ο αριθμητής δηλώνει πόσα μέρη από αυτά πήραμε.
 - ✓ Σε κάθε κλάσμα θα πρέπει ο παρονομαστής να είναι διαφορετικός από το μηδέν.
- Κάθε κλάσμα είναι η διαίρεση που έχει για διαιρετέο τον αριθμητή και διαιρέτη τον παρονομαστή. Δηλαδή $\frac{k}{n} = k : n, n \neq 0$
- Κάθε φυσικός αριθμός a γράφεται σαν κλάσμα με παρονομαστή την μονάδα $a = \frac{a}{1}$
- Όταν οι όροι του κλάσματος είναι ίσοι, τότε το κλάσμα είναι ίσο με την μονάδα. Δηλαδή $\frac{a}{a} = 1$
- Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι ίσος με το μηδέν τότε και το κλάσμα είναι ίσο με το μηδέν. Δηλαδή $\frac{0}{a} = 0$
- Όταν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή τότε το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από την μονάδα. Δηλαδή αν $a > b$ τότε $\frac{a}{b} > 1$ με $b \neq 0$.
- Όταν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή τότε το κλάσμα είναι μικρότερο από την μονάδα. Δηλαδή αν $a < b$ τότε $\frac{a}{b} < 1$ με $b \neq 0$
 - ✓ Για να βρούμε το $\frac{1}{n}$ ενός αριθμού a πολλαπλασιάσουμε το $\frac{1}{n}$ με τον αριθμό a .
Δηλαδή έχουμε $\frac{1}{n} \cdot a = \frac{a}{n}$

Παραδείγματα – Εφαρμογές

1. Ο Γιάννης αγόρασε μια σοκολάτα και την έκοψε σε 7 ίσα μέρη.
- Πως συμβολίζεται κάθε ένα από αυτά τα ίσα μέρη;
 - Ο Γιάννης έφαγε 3 κομμάτια από τα 7 της σοκολάτας. Πως συμβολίζεται το μέρος της σοκολάτας που έφαγε ο Γιάννης;

Λύση

- Κάθε ένα από τα 7 ίσα μέρη συμβολίζεται με το κλάσμα $\frac{1}{7}$.
 - Το μέρος της σοκολάτας που έφαγε ο Γιάννης συμβολίζεται με το κλάσμα $\frac{3}{7}$
2. Να βρείτε με ποιόν φυσικό αριθμό είναι ίσα τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{10}{2}$ ii. $\frac{6}{6}$ iii. $\frac{4}{1}$ iv. $\frac{0}{4}$

Λύση

- $\frac{10}{2} = 10:2 = 5$
 - $\frac{6}{6} = 6:6 = 1$
 - $\frac{4}{1} = 4:1 = 4$
 - $\frac{0}{4} = 0:4 = 0$
3. Να συγκρίνετε με την μονάδα τα κλάσματα

i. $\frac{8}{9}$ ii. $\frac{12}{11}$ iii. $\frac{5}{5}$

Λύση

- Στο κλάσμα $\frac{8}{9}$ ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή επομένως το κλάσμα είναι μικρότερο από το 1. Δηλαδή $\frac{8}{9} < 1$
 - Στο κλάσμα $\frac{12}{11}$ ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή επομένως το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το 1. Δηλαδή $\frac{12}{11} > 1$
 - Στο κλάσμα $\frac{5}{5}$ ο αριθμητής είναι ίσος με τον παρονομαστή επομένως το κλάσμα είναι ίσο με 1. Δηλαδή $\frac{5}{5} = 1$
4. Να βρείτε το $\frac{1}{6}$ του αριθμού 42

Λύση

Το $\frac{1}{6}$ του αριθμού 42 είναι $\frac{1}{6} \cdot 42 = \frac{42}{6} = 42:6 = 7$

5. Να βρείτε τα $\frac{4}{7}$ του αριθμού 49

Λύση

$$\text{Το } \frac{1}{7} \text{ του 49 είναι } 49:7 = 7$$

$$\text{Τα } \frac{4}{7} \text{ θα είναι } 7 \cdot 4 = 28$$

6. Τα $\frac{3}{7}$ μιας τάξης είναι 12 μαθητές. Να βρείτε πόσοι είναι όλοι οι μαθητές

Λύση

$$\text{Το } \frac{1}{7} \text{ θα είναι } 12:3 = 4 \text{ μαθητές}$$

$$\text{Τα } \frac{7}{7} \text{ θα είναι } 4 \cdot 7 = 28 \text{ μαθητές}$$

9. Να βρείτε:

- i. Ποιο μέρος της ώρας είναι τα 15 λεπτά.
- ii. Ποιο μέρος της ημέρας είναι η μια ώρα.
- iii. Ποιο μέρος της εβδομάδας είναι οι 10 ώρες.

10. Τα $\frac{3}{5}$ μιας τάξης είναι αγόρια. Αν τα αγόρια είναι 15 να βρείτε πόσα είναι όλα τα παιδιά της τάξης.

11. Τα $\frac{2}{3}$ μιας τάξης είναι αγόρια. Αν τα αγόρια είναι 20 να βρείτε πόσα είναι όλα τα παιδιά της τάξης.

12. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση στα παπούτσια ίση με τα $\frac{2}{5}$ της αρχικής τιμής. Αν η αρχική τιμή ήταν 40 ευρώ να βρείτε:

- i. Πόσο είναι η έκπτωση;
- ii. Ποια είναι η τελική τιμή των παπουτσιών;

2.2 Ισοδύναμα κλάσματα

❖ Ισοδύναμα κλάσματα

- Δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται ισοδύναμα ή ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών. Στην περίπτωση αυτή γράφουμε $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$
 - ✓ Αν δυο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα τότε τα χιαστή γινόμενα είναι ίσα.
Δηλαδή αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$
 - ✓ Όταν οι όροι ενός κλάσματος $\frac{\alpha}{\beta}$ πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό $\lambda \neq 0$ τότε προκύπτει ισοδύναμο κλάσμα. Δηλαδή $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha \cdot \lambda}{\beta \cdot \lambda}$
 - ✓ Όταν οι όροι ενός κλάσματος $\frac{\alpha}{\beta}$ διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό $\lambda \neq 0$ τότε προκύπτει ισοδύναμο κλάσμα. Δηλαδή $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha : \lambda}{\beta : \lambda}$

❖ Απλοποίηση κλάσματος

- Απλοποίηση κλάσματος ονομάζεται η μετατροπή του σε ισοδύναμο με μικρότερους όρους από το αρχικό.
 - ✓ Αν ένα κλάσμα δεν μπορεί να απλοποιηθεί τότε ονομάζεται **ανάγωγο**.
 - ✓ Για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ σε ισοδύναμο ανάγωγο βρίσκουμε το Μ.Κ.Δ.(α, β) και διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον Μ.Κ.Δ. Αν Μ.Κ.Δ.(α, β)=1 τότε το κλάσμα είναι ανάγωγο.

❖ Ομώνυμα και ετερόνυμα κλάσματα

- Όταν δυο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται **ομώνυμα**.
- Όταν δυο κλάσματα έχουν διαφορετικούς παρονομαστές λέγονται **ετερόνυμα**.
- Για να μετατρέψουμε δυο ή περισσότερα ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα εργαζόμαστε ως εξής:
 - Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών
 - Πολλαπλασιάζουμε τους όρους κάθε κλάσματος με κατάλληλο αριθμό, ώστε όλοι οι παρονομαστές να γίνουν ίσοι με το παραπάνω Ε.Κ.Π.

Παραδείγματα – Εφαρμογές

1. Να εξετάσετε αν τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα

i. $\frac{6}{8}$ και $\frac{18}{24}$

ii. $\frac{3}{5}$ και $\frac{7}{9}$

Λύση

i. Πολλαπλασιάζουμε χιαστί τα κλάσματα και παίρνουμε τα αποτελέσματα:

$$6 \cdot 24 = 144 \text{ και } 18 \cdot 8 = 144 \text{ επειδή είναι ίσα τα κλάσματα είναι ισοδύναμα.}$$

ii. Πολλαπλασιάζουμε χιαστί τα κλάσματα και παίρνουμε τα αποτελέσματα:

$$3 \cdot 9 = 27 \text{ και } 5 \cdot 7 = 35 \text{ επειδή δεν είναι ίσα τα κλάσματα δεν είναι ισοδύναμα.}$$

2. Να φτιάξετε ένα κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{12}{18}$ που να έχει

i. Αριθμητή 24

ii. Παρονομαστή 54

iii. Αριθμητή 6

iv. Παρονομαστή 6

Λύση

i. Στο κλάσμα $\frac{12}{18}$ για να γίνει ο αριθμητής 24 θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το 2.

$$\text{Επομένως το ζητούμενο κλάσμα θα είναι } \frac{12}{18} = \frac{12 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{24}{36}$$

ii. Στο κλάσμα $\frac{12}{18}$ για να γίνει ο παρονομαστής 54 θα πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το 3.

$$\text{Επομένως το ζητούμενο κλάσμα θα είναι } \frac{12}{18} = \frac{12 \cdot 3}{18 \cdot 3} = \frac{36}{54}$$

iii. Στο κλάσμα $\frac{12}{18}$ για να γίνει ο αριθμητής 6 θα πρέπει να διαιρεθεί με το 2. Επομένως το

$$\text{ζητούμενο κλάσμα θα είναι } \frac{12}{18} = \frac{12 : 2}{18 : 2} = \frac{6}{9}$$

iv. Στο κλάσμα $\frac{12}{18}$ για να γίνει ο παρονομαστής 6 θα πρέπει να διαιρεθεί με το με το 3.

$$\text{Επομένως το ζητούμενο κλάσμα θα είναι } \frac{12}{18} = \frac{12 : 3}{18 : 3} = \frac{4}{6}$$

3. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα

i. $\frac{35}{40}$

ii. $\frac{6}{32}$

Λύση

i. Βρίσουμε το Μ.Κ.Δ. των όρων του κλάσματος Μ.Κ.Δ.(35,40)=5

$$\text{Άρα } \frac{35}{40} = \frac{35:5}{40:5} = \frac{7}{8}$$

ii. Βρίσουμε το Μ.Κ.Δ. των όρων του κλάσματος Μ.Κ.Δ.(6,32)=2

$$\text{Άρα } \frac{6}{32} = \frac{6:2}{32:2} = \frac{3}{16}$$

4. Δίνονται τα κλάσματα $\frac{6}{9}$ και $\frac{15}{18}$

- i. Είναι τα κλάσματα ομώνυμα
- ii. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα
- iii. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ομώνυμα.

Λύση

i. Τα κλάσματα $\frac{6}{9}$ και $\frac{15}{18}$ έχουν διαφορετικούς παρονομαστές επομένως δεν είναι ομώνυμα.

ii. $\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$ και $\frac{15}{18} = \frac{15:3}{18:3} = \frac{5}{6}$

iii. Θα μετατρέψουμε τα κλάσματα $\frac{2}{3}$ και $\frac{5}{6}$ σε ομώνυμα.

$$\text{Ε.Κ.Π.}(3,6)=6 \text{ Άρα } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \text{ και } \frac{5}{6}$$

Ασκήσεις προς επίλυση

1. Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα

- | | | |
|--------------------------------------|--|--------------------------------------|
| i. $\frac{2}{4}$ και $\frac{1}{2}$ | iii. $\frac{16}{40}$ και $\frac{2}{5}$ | v. $\frac{15}{18}$ και $\frac{5}{6}$ |
| ii. $\frac{5}{20}$ και $\frac{1}{5}$ | iv. $\frac{3}{4}$ και $\frac{30}{40}$ | vi. $\frac{2}{4}$ και $\frac{6}{3}$ |

2. Να εξετάσετε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα

- | | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| i. $\frac{0}{4}$ και $\frac{0}{2}$ | iii. $\frac{0}{4}$ και $\frac{4}{4}$ | v. $\frac{3}{4}$ και $\frac{4}{3}$ |
| ii. $\frac{4}{4}$ και $\frac{2}{2}$ | iv. $\frac{2}{4}$ και $\frac{1}{3}$ | vi. $\frac{8}{4}$ και $\frac{4}{2}$ |

3. Να βρείτε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα

$$\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{6}, \frac{22}{44}, \frac{10}{5}, \frac{12}{16}, \frac{4}{2}, \frac{100}{50}, \frac{33}{44}$$

4. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{4}{12}$ σε ισοδύναμο με παρονομαστή

- | | | |
|-----------|------------|----------|
| i. Το 6 | iii. Το 70 | v. Το 48 |
| ii. Το 36 | iv. Το 4 | |

5. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{5}$ σε ισοδύναμο με παρονομαστή

- | | | |
|-----------|------------|-----------|
| i. Το 15 | iii. Το 50 | v. Το 125 |
| ii. Το 25 | iv. Το 100 | |

6. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{12}{18}$ σε ισοδύναμο με παρονομαστή

- | | | |
|--------|--------|-------|
| i. 6 | iii. 9 | v. 72 |
| ii. 36 | iv. 90 | |

7. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα ανάγωγα .

- | | | |
|---------------------|----------------------|-------------------|
| i. $\frac{9}{27}$ | iii. $\frac{60}{40}$ | v. $\frac{42}{8}$ |
| ii. $\frac{12}{30}$ | iv. $\frac{77}{33}$ | |

8. Να γίνουν τα παρακάτω κλάσματα ομώνυμα

- | | | |
|-------------------------------------|--|-------------------------------------|
| i. $\frac{3}{4}$ και $\frac{2}{5}$ | iii. $\frac{12}{13}$ και $\frac{2}{5}$ | v. $\frac{3}{9}$ και $\frac{2}{6}$ |
| ii. $\frac{5}{4}$ και $\frac{2}{6}$ | iv. $\frac{11}{7}$ και $\frac{4}{9}$ | vi. $\frac{3}{3}$ και $\frac{2}{5}$ |

9. Να γίνουν τα παρακάτω κλάσματα ομώνυμα

- | | | |
|---|--|--|
| i. $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{5}$ | iii. $\frac{5}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{9}$ | v. $\frac{3}{9}, \frac{2}{6}, \frac{1}{12}$ |
| ii. $\frac{2}{6}, \frac{4}{7}, \frac{1}{5}$ | iv. $\frac{3}{12}, \frac{2}{18}, \frac{1}{36}$ | vi. $\frac{3}{7}, \frac{2}{3}, \frac{1}{11}$ |

10. Να μετατρέψεις τα παρακάτω κλάσματα σε ανάγωγα και στην συνέχεια να τα κάνετε ομώνυμα.

i. $\frac{12}{15}$ και $\frac{6}{9}$

iii. $\frac{3}{6}$ και $\frac{4}{20}$

v. $\frac{40}{50}$ και $\frac{6}{12}$

ii. $\frac{4}{8}$ και $\frac{4}{10}$

iv. $\frac{5}{20}$ και $\frac{9}{21}$

vi. $\frac{4}{4}$ και $\frac{15}{3}$

11. Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{3+6}{12+9}$

iii. $\frac{31+1}{44+20}$

v. $\frac{45+3}{13+5}$

ii. $\frac{7+14}{9+3}$

iv. $\frac{8+6}{13+7}$

12. Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{3 \cdot 6}{2 \cdot 3}$

iii. $\frac{4 \cdot 6}{8 \cdot 3}$

v. $\frac{3 \cdot 7}{9 \cdot 2}$

ii. $\frac{3 \cdot 4}{9 \cdot 2}$

iv. $\frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 5}$

13. Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{2 \cdot 3 \cdot 6}{12 \cdot 9}$

iii. $\frac{3^3 \cdot 2^3 \cdot 6}{3^2 \cdot 2^2}$

v. $\frac{20 \cdot 98 - 8 \cdot 98}{30 \cdot 98 - 9 \cdot 98}$

ii. $\frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2}{2^3 \cdot 3 \cdot 4}$

iv. $\frac{16 \cdot 789 + 8 \cdot 789}{12 \cdot 789 + 28 \cdot 789}$

2.3 Σύγκριση κλασμάτων

❖ Σύγκριση ομώνυμων και ετερόνυμων κλασμάτων

- Όταν έχουμε δυο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.
- Για να συγκρίνουμε δυο ετερόνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και στη συνέχεια τα συγκρίνουμε με βάση τους αριθμητές τους.
- Όταν έχουμε δυο ετερόνυμα κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.

Παραδείγματα – Εφαρμογές

1. Να συγκρίνετε τα κλάσματα

i. $\frac{6}{15}$ και $\frac{11}{15}$

ii. $\frac{4}{7}$ και $\frac{4}{9}$

iii. $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{9}$

Λύση

i. Τα κλάσματα $\frac{6}{15}$ και $\frac{11}{15}$ είναι ομώνυμα επομένως μεγαλύτερο είναι αυτό με τον μεγαλύτερο παρονομαστή. Άρα $\frac{6}{15} < \frac{11}{15}$

ii. Τα κλάσματα $\frac{4}{7}$ και $\frac{4}{9}$ έχουν τον ίδιο αριθμητή επομένως μεγαλύτερο είναι αυτό με τον μικρότερο παρονομαστή. Άρα $\frac{4}{7} > \frac{4}{9}$

iii. Τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{9}$ είναι ετερόνυμα και δεν έχουν τον ίδιο αριθμητή. Επομένως τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα.

$$\frac{3}{7} \text{ και } \frac{5}{9} \text{ άρα έχουμε } \frac{27}{63} < \frac{35}{63} \text{ . Επομένως } \frac{3}{7} < \frac{5}{9}$$

Ασκήσεις προς επίλυση

1. Να συγκρίνετε τα κλάσματα τοποθετώντας στο κενό το κατάλληλο σύμβολο (<, =, >).

i. $\frac{5}{12} \dots \frac{9}{12}$

iii. $\frac{6}{12} \dots \frac{3}{6}$

v. $\frac{3}{15} \dots \frac{3}{2}$

ii. $\frac{2}{4} \dots \frac{1}{4}$

iv. $\frac{4}{7} \dots \frac{4}{9}$

vi. $\frac{6}{20} \dots \frac{12}{40}$

2. Να συγκρίνετε τα κλάσματα τοποθετώντας στο κενό το κατάλληλο σύμβολο (<, =, >).

i. $\frac{2}{5} \dots \frac{3}{6}$

iii. $\frac{6}{2} \dots \frac{12}{4}$

v. $\frac{4}{5} \dots \frac{20}{25}$

ii. $\frac{1}{6} \dots \frac{1}{12}$

iv. $\frac{3}{9} \dots \frac{9}{3}$

vi. $\frac{9}{9} \dots \frac{12}{12}$

3. Να συγκρίνετε τα κλάσματα τοποθετώντας στο κενό το κατάλληλο σύμβολο (<, =, >).

i. $\frac{5}{2} \dots \frac{6}{4}$

iii. $\frac{6}{9} \dots \frac{2}{15}$

v. $\frac{5}{50} \dots \frac{1}{10}$

ii. $\frac{3}{7} \dots \frac{4}{9}$

iv. $\frac{4}{23} \dots \frac{4}{27}$

vi. $\frac{3}{4} \dots \frac{8}{9}$

4. Να συγκρίνετε τα επόμενα κλάσματα

i. $\frac{2}{3}$ και $\frac{3}{4}$

iii. $\frac{2}{7}$ και $\frac{1}{4}$

v. $\frac{54}{3}$ και $\frac{56}{4}$

ii. $\frac{5}{3}$ και $\frac{6}{4}$

iv. $\frac{24}{5}$ και $\frac{23}{4}$

5. Να συγκρίνετε τα επόμενα κλάσματα

i. $\frac{33}{3}$ και $\frac{16}{4}$

iii. $\frac{51}{3}$ και $\frac{53}{4}$

v. $\frac{452}{6}$ και $\frac{542}{4}$

ii. $\frac{2}{2}$ και $\frac{8}{4}$

iv. $\frac{213}{6}$ και $\frac{215}{4}$

6. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να συγκρίνετε τα κλάσματα με την μονάδα.

i. $\frac{12}{11}$

iii. $\frac{1309}{1121}$

v. $\frac{125}{1132}$

ii. $\frac{14}{11}$

iv. $\frac{112}{112}$

7. Να γράψετε σε αύξουσα σειρά τα κλάσματα

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{13}$$

8. Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά τα κλάσματα

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{20}$$

9. Να κάνετε ομώνυμα και να γράψετε σε αύξουσα σειρά τα κλάσματα

i. $\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{9}{10}$

iii. $\frac{5}{12}, \frac{11}{30}, \frac{7}{20}$

ii. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$

iv. $\frac{2}{3}, \frac{1}{7}, \frac{4}{9}$

2.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων

❖ Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων

- Προσθέτουμε δυο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές και κρατώντας τον ίδιο παρονομαστή. Δηλαδή

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$$

- Αφαιρούμε δυο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές και κρατώντας τον ίδιο παρονομαστή. Δηλαδή

$$\frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\alpha - \beta}{\gamma}$$

❖ Πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων

- Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε δυο ετερόνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και στη συνέχεια εργαζόμαστε όπως παραπάνω.

❖ Μεικτό κλάσμα

- Το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού α με ένα κλάσμα $\frac{\beta}{\gamma}$ μικρότερο της μονάδας μπορεί να γραφτεί $\alpha + \frac{\beta}{\gamma} = \alpha \frac{\beta}{\gamma}$. Το κλάσμα $\alpha \frac{\beta}{\gamma}$ λέγεται μεικτός αριθμός.

Παραδείγματα – Εφαρμογές

1. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\frac{4}{7} + \frac{12}{7}$

ii. $\frac{9}{10} - \frac{4}{10}$

Λύση

i. $\frac{4}{7} + \frac{12}{7} = \frac{4+12}{7} = \frac{16}{7}$

ii. $\frac{9}{10} - \frac{4}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

2. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\frac{4}{9} + \frac{5}{6}$

ii. $\frac{7}{10} - \frac{3}{8}$

Λύση

$$\text{i. } \frac{2}{9} + \frac{3}{6} = \frac{8}{18} + \frac{15}{18} = \frac{23}{18}$$

$$\text{ii. } \frac{4}{10} - \frac{5}{8} = \frac{28}{40} - \frac{15}{40} = \frac{13}{40}$$

3. Να κάνετε τις πράξεις

$$\text{i. } 5 + 3\frac{2}{7}$$

$$\text{ii. } 8 - 3\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

Λύση

$$\text{i. } 5 + 3\frac{2}{7} = \frac{7}{1} + \frac{23}{7} = \frac{35}{7} + \frac{23}{7} = \frac{58}{7}$$

$$\text{ii. } 8 - 3\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{12}{1} - \frac{13}{4} + \frac{2}{3} = \frac{96}{12} - \frac{13}{12} + \frac{8}{12} = \frac{96-13+8}{12} = \frac{91}{12}$$

Ασκήσεις προς επίλυση

1. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5}$

iv. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5}$

ii. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5}$

v. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5}$

iii. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5}$

vi. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5}$

2. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$

iii. $\frac{3}{5} + \frac{7}{5}$

v. $\frac{134}{60} + \frac{56}{60}$

ii. $\frac{3}{7} + \frac{12}{7}$

iv. $\frac{23}{9} + \frac{22}{9}$

vi. $\frac{17}{9} + \frac{10}{9}$

3. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{7}{4}$

iv. $\frac{2}{9} + \frac{3}{5} + \frac{6}{4}$

ii. $\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

v. $\frac{3}{7} + \frac{2}{21} + \frac{4}{3}$

iii. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5} + \frac{5}{12}$

vi. $\frac{3}{27} + \frac{2}{18} + \frac{5}{6}$

4. Να γράψετε ως κλάσματα τους παρακάτω μεικτούς αριθμούς

i. $1\frac{1}{2}$

iii. $5\frac{4}{7}$

v. $4\frac{3}{4}$

ii. $3\frac{2}{3}$

iv. $4\frac{6}{10}$

vi. $8\frac{1}{2}$

5. Να γράψετε τα παρακάτω κλάσματα ως μεικτούς αριθμούς

i. $\frac{7}{2}$

iii. $\frac{19}{7}$

v. $\frac{64}{7}$

ii. $\frac{9}{2}$

iv. $\frac{35}{4}$

vi. $\frac{16}{5}$

6. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\frac{3}{4} + 2\frac{2}{5}$

iii. $1\frac{5}{6} + 3\frac{4}{5}$

v. $5\frac{3}{7} + 3\frac{2}{5}$

ii. $2\frac{3}{5} + 5\frac{2}{4}$

iv. $6\frac{3}{6} + 2\frac{1}{6}$

vi. $6\frac{1}{6} + 3\frac{1}{5}$

7. Να κάνετε τις αφαιρέσεις

i. $\frac{3}{6} - \frac{2}{6}$

iii. $\frac{8}{6} - \frac{2}{6}$

v. $\frac{12}{15} - \frac{3}{15}$

ii. $\frac{16}{13} - \frac{3}{13}$

iv. $\frac{15}{19} - \frac{6}{19}$

vi. $\frac{14}{23} - \frac{2}{23}$

8. Να κάνετε τις αφαιρέσεις

i. $\frac{3}{6} - \frac{2}{5}$

iii. $\frac{15}{9} - \frac{3}{4}$

v. $\frac{12}{13} - \frac{7}{9}$

ii. $\frac{7}{6} - \frac{4}{7}$

iv. $\frac{7}{8} - \frac{1}{5}$

vi. $\frac{5}{19} - \frac{1}{20}$

9. Να κάνετε τις αφαιρέσεις

i. $3 - \frac{5}{4}$

iii. $1 - \frac{2}{5}$

v. $7 - \frac{7}{8}$

ii. $2 - \frac{1}{3}$

iv. $8 - \frac{4}{3}$

vi. $12 - \frac{2}{9}$

10. Να κάνετε τις αφαιρέσεις

i. $7\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4}$

iii. $3\frac{3}{4} - 2\frac{5}{6}$

ii. $7\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2}$

iv. $\frac{61}{6} - 4\frac{2}{5}$

11. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{15}\right)$

ii. $\left(\frac{8}{9} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{17}{18} - \frac{7}{12}\right)$

iii. $2 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$

iv. $4 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}\right)$

v. $\left(3 - 1\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{7}{2} - 2\frac{3}{4}\right)$

vi. $50 - 15\frac{1}{2} - \left(8\frac{1}{4} + 6\frac{1}{6}\right) - \left(9\frac{5}{8} - 3\frac{11}{12}\right)$

vii. $\frac{5^2 - 2 \cdot 3^2}{1 + 3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 7 - 2 \cdot 5}{17 - 3^2}$

viii. $2 - \left[\frac{37}{36} - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6}\right)\right]$

12. Δυο φίλοι βάζουν έναν τοίχο. Ο πρώτος έχει βάψει τα $\frac{3}{10}$ του τοίχου και ο δεύτερος τα $\frac{8}{15}$ του τοίχου. Τι μέρος του τοίχου μένει να βαφτεί ακόμα;

13. Το μεικτό βάρος μιας κονσέρβας είναι $5\frac{1}{4}$ κιλά. Το βάρος του κουτιού είναι $\frac{1}{6}$ κιλά. Πόσο είναι το βάρος του περιεχομένου;

2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

❖ Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

- Το γινόμενο δυο κλασμάτων είναι το κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών. Δηλαδή $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$
- Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με ένα κλάσμα είναι το κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο του φυσικού αριθμού με τον αριθμητή του κλάσματος και τον ίδιο παρονομαστή. Δηλαδή $\alpha \cdot \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma}$

❖ Αντίστροφα κλάσματα

- Τα κλάσματα που έχουν γινόμενο 1 λέγονται αντίστροφα.
 - ✓ Ο αντίστροφος του κλάσματος $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι το κλάσμα $\frac{\beta}{\alpha}$
 - ✓ Ο αντίστροφος κάθε φυσικού αριθμού $\alpha \neq 0$ είναι το κλάσμα $\frac{1}{\alpha}$
 - ✓ Το μηδέν δεν έχει αντίστροφο αριθμό
 - ✓ Ο αντίστροφος της μονάδας είναι η μονάδα.

❖ Ιδιότητες πολλαπλασιασμού κλασμάτων

- Το 1 δε μεταβάλλει το γινόμενο $1 \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$
- Αντιμεταθετική ιδιότητα $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\alpha}{\beta}$
- Προσεταιριστική ιδιότητα $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\epsilon}{\zeta} \right) = \left(\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} \right) \cdot \frac{\epsilon}{\zeta}$
- Επιμεριστική ιδιότητα $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta} + \frac{\epsilon}{\zeta} \right) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\epsilon}{\zeta}$
 $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{\gamma}{\delta} - \frac{\epsilon}{\zeta} \right) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} - \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\epsilon}{\zeta}$

Παραδείγματα – Εφαρμογές

1. Να βρείτε τα γινόμενα

i. $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$

ii. $4 \cdot \frac{6}{12}$

Λύση

i. $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$

$$\text{ii. } 4 \cdot \frac{6}{12} = \frac{4 \cdot 6}{12} = \frac{24}{12} = 2$$

2. Να βρείτε τους αντίστροφους των αριθμών

$$\text{i. } \frac{6}{11}$$

$$\text{ii. } 4$$

$$\text{iii. } \frac{1}{9}$$

$$\text{iv. } 2\frac{1}{3}$$

Λύση

$$\text{i. } \text{Ο αντίστροφος του } \frac{6}{11} \text{ είναι ο αριθμός } \frac{11}{6}$$

$$\text{ii. } \text{Ο αντίστροφος του } 4 \text{ είναι ο αριθμός } \frac{1}{4}$$

$$\text{iii. } \text{Ο αντίστροφος του } \frac{1}{9} \text{ είναι ο αριθμός } \frac{9}{1} = 9$$

$$\text{iv. } \text{Ο αντίστροφος του } 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3} \text{ είναι ο αριθμός } \frac{3}{7}$$

3. Να κάνετε τις πράξεις

$$\text{i. } \frac{3}{4} \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \right]$$

Λύση

$$\begin{aligned} \text{i. } \frac{3}{4} \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \right] &= \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \right] = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{20}{54} - \frac{4}{27} \right) = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{10}{27} - \frac{4}{27} \right) = \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{27} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Ασκήσεις προς επίλυση

1. Να βρείτε τα γινόμενα

i. $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$

iii. $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$

v. $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$

ii. $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$

iv. $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$

vi. $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5}$

2. Να βρείτε τα γινόμενα

i. $6 \cdot \frac{2}{5}$

iii. $\frac{3}{6} \cdot 5$

v. $2 \cdot \frac{2}{5}$

ii. $\frac{3}{6} \cdot 4$

iv. $9 \cdot \frac{2}{5}$

vi. $8 \cdot \frac{3}{20}$

3. Να βρείτε τα γινόμενα

i. $5 \cdot 2 \cdot \frac{3}{4}$

iii. $9 \cdot 3 \cdot \frac{2}{27}$

ii. $8 \cdot 7 \cdot \frac{2}{15}$

iv. $16 \cdot 2 \cdot \frac{5}{2^5}$

4. Να βρείτε τα γινόμενα

i. $\frac{4}{3} \cdot 6 \cdot \frac{3}{4}$

iii. $\frac{9}{20} \cdot 2^3 \cdot \frac{6}{4}$

ii. $\frac{7}{5} \cdot 5 \cdot 2$

iv. $\frac{9}{2} \cdot 3^3 \cdot \frac{5}{9}$

5. Να βρείτε τα παρακάτω γινόμενα

i. $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4}$

iii. $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12}$

v. $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{21} \cdot \frac{4}{3}$

ii. $\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$

iv. $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{4}$

vi. $\frac{3}{27} \cdot \frac{2}{18} \cdot \frac{5}{6}$

6. Να υπολογίσετε τις παρακάτω δυνάμεις

i. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

iii. $\left(\frac{6}{7}\right)^2$

ii. $\left(\frac{3}{5}\right)^3$

iv. $\left(\frac{2}{3}\right)^5$

7. Να βρείτε

i. Τα $\frac{3}{5}$ του 45

iii. Τα $\frac{4}{6}$ του 72

ii. Τα $\frac{2}{3}$ του 81

iv. Τα $\frac{2}{5}$ του 1000

8. Να βρείτε

i. Τα $\frac{3}{5}$ του $\frac{6}{20}$

iii. Τα $\frac{4}{6}$ του $\frac{24}{8}$

ii. Τα $\frac{2}{3}$ του $\frac{9}{10}$

iv. Τα $\frac{2}{5}$ του $\frac{15}{12}$

9. Να βρείτε τους αντίστροφους των αριθμών

i. $\frac{4}{7}$

ii. $\frac{1}{10}$

iii. $\frac{6}{1}$

iv. 1

v. 33

vi. 4

10. Να βρείτε τους αντίστροφους των αριθμών

i. $\frac{4}{7} + \frac{1}{2}$

iii. $\frac{2}{7} + \frac{1}{5}$

v. $\frac{3}{5} + 4$

ii. $5 + \frac{3}{4}$

iv. $\frac{5}{8} + \frac{2}{9}$

11. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{6}$

v. $\frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right)$

ii. $\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{4} - \frac{5}{4}$

vi. $\frac{6}{7} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right)$

iii. $\frac{3}{7} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$

vii. $\left(3\frac{4}{7} - \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{4}{9}$

iv. $\frac{11}{9} \cdot \frac{7}{4} - \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{6}$

viii. $\left(3\frac{4}{7} + 1\frac{2}{3} \right) \cdot \frac{21}{110}$

12. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\left(\frac{7}{9} - \frac{1}{6} \right) \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10} \right)$

iv. $\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^2 - \frac{1}{20}$

ii. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \right)^2$

v. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \right)^2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right)$

iii. $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right)^2$

vi. $\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left[18 \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{4} - \frac{5}{4} \right) \right]$

13. Ο Βασίλης αγόρασε μια φόρμα με $30\frac{1}{2}$ ευρώ. Στο ταμείο του έκαναν έκπτωση ίση με τα $\frac{1}{5}$ της τιμής.

- i. Πόσα ευρώ είναι η έκπτωση;
- ii. Πόσα ευρώ αγόρασε τελικά τη φόρμα;

2.6 Διαίρεση κλασμάτων

❖ Διαίρεση κλασμάτων

- Για να διαιρέσουμε δυο φυσικούς αριθμούς αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη. Δηλαδή $\alpha : \beta = \alpha \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$
- Για να διαιρέσουμε δυο κλάσματα αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη. Δηλαδή $\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma}$

❖ Σύνθετο κλάσμα

- Ένα κλάσμα που έχει τουλάχιστον ένα όρο του (αριθμητή ή παρονομαστή) κλάσμα λέγεται σύνθετο κλάσμα. Για να μετατραπεί ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό πολλαπλασιάζουμε τους εξωτερικούς όρους μεταξύ τους και το γινόμενο είναι ο αριθμητής του απλού κλάσματος και τους μεσαίους όρους μεταξύ τους και το γινόμενο είναι ο παρονομαστής του απλού κλάσματος. Δηλαδή

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

Παραδείγματα – Εφαρμογές

1. Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις

i. $\frac{3}{4} : \frac{6}{7}$

ii. $\frac{4}{5} : 3$

iii. $5 : \frac{2}{3}$

Λύση

i. $\frac{3}{4} : \frac{6}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{6} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

ii. $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$

iii. $5 : \frac{2}{3} = 5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$

2. Να μετατρέψετε τα παρακάτω σύνθετα κλάσματα σε απλά.

i. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}}$

ii. $\frac{5}{\frac{4}{9}}$

iii. $\frac{\frac{2}{3}}{6}$

Λύση

i. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 4} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

ii. $\frac{5}{\frac{4}{9}} = \frac{5}{1} \cdot \frac{9}{4} = \frac{5 \cdot 9}{1 \cdot 4} = \frac{45}{4}$

iii. $\frac{\frac{2}{3}}{6} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{6}{1}} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 6} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

3. Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{3}{4} : \frac{6}{4}}{1 + \frac{3}{5} : \frac{9}{10}}$$

Λύση

$$\begin{aligned} A &= \frac{2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{3}{4} : \frac{6}{4}}{1 + \frac{3}{5} : \frac{9}{10}} = \frac{2 + \frac{2}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{6}}{1 + \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9}} = \frac{2 + \frac{2}{6} - \frac{12}{24}}{1 + \frac{30}{45}} = \frac{\frac{6}{1} + \frac{2}{6} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{1} + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{12}{6} + \frac{1}{6} - \frac{3}{6}}{\frac{9}{9} + \frac{6}{9}} = \frac{\frac{12 + 1 - 3}{6}}{\frac{15}{9}} \\ &= \frac{\frac{10}{6}}{\frac{15}{9}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{15}{15} = 1 \end{aligned}$$

Ασκήσεις προς επίλυση

1. Να βρείτε τα πηλίκα

i. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5}$

iii. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5}$

v. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5}$

ii. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5}$

iv. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5}$

vi. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5}$

2. Να βρείτε τα πηλίκα

i. $6 : \frac{2}{5}$

iii. $\frac{3}{6} : 5$

v. $2 : \frac{2}{5}$

ii. $\frac{3}{6} : 4$

iv. $9 : \frac{2}{5}$

vi. $8 : \frac{3}{20}$

3. Να βρείτε τα πηλίκα

i. $5 \cdot 2 : \frac{3}{4}$

iii. $9 \cdot 3 : \frac{2}{27}$

ii. $8 \cdot 7 : \frac{2}{15}$

iv. $16 \cdot 2 : \frac{5}{2^5}$

4. Να βρείτε τα πηλίκα

i. $\frac{4}{3} : 6 : \frac{3}{4}$

iii. $\frac{9}{20} : 2^3 : \frac{6}{4}$

ii. $\frac{7}{5} \cdot 5 : 2$

iv. $\frac{9}{2} : 3^3 : \frac{5}{9}$

5. Να βρείτε τα παρακάτω πηλίκα

i. $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} : \frac{7}{4}$

iii. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5} : \frac{5}{12}$

v. $\frac{3}{7} : \frac{2}{21} \cdot \frac{4}{3}$

ii. $\frac{2}{7} : \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$

iv. $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5} : \frac{6}{4}$

vi. $\frac{3}{27} \cdot \frac{2}{18} : \frac{5}{6}$

6. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} : \frac{2}{6}$

v. $\frac{1}{2} : \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right)$

ii. $\frac{5}{3} : \frac{7}{4} + \frac{5}{4}$

vi. $\frac{6}{7} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right)$

iii. $\frac{3}{7} + \frac{2}{5} : \frac{3}{4}$

vii. $\left(3\frac{4}{7} - \frac{2}{5}\right) : \frac{4}{9}$

iv. $\frac{11}{9} : \frac{7}{4} + \frac{5}{3} : \frac{5}{6}$

viii. $\left(3\frac{4}{7} + 1\frac{2}{3}\right) : \frac{21}{110}$

7. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\left(\frac{7}{9} - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right)$

iv. $\frac{5}{2} : \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{20}$

ii. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} : \frac{5}{3}\right)^2$

v. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right)^2 \cdot 3 : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$

iii. $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right)^2$

vi. $\left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left[18 \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{5}{3} : \frac{7}{4} - \frac{5}{4}\right)\right]$

8. Να μετατρέψετε τα παρακάτω σύνθετα κλάσματα σε απλά

i. $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$

iii. $\frac{\frac{2}{5}}{6}$

v. $\frac{9}{\frac{3}{4}}$

ii. $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{4}}$

iv. $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{7}}$

vi. $\frac{\frac{2}{5}}{5}$

9. Να μετατρέψετε τα παρακάτω σύνθετα κλάσματα σε απλά

i. $\frac{2\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}}$

iii. $\frac{6\frac{2}{9}}{7}$

v. $\frac{2\frac{2}{5}}{4\frac{1}{3}}$

ii. $\frac{3\frac{1}{7}}{5}$

iv. $\frac{2}{5\frac{1}{3}}$

vi. $\frac{2\frac{2}{7}}{9\frac{1}{3}}$

10. Να υπολογίσετε τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{\frac{3-1}{4-2}}{1+\frac{1}{3}}$

iii. $\frac{4\frac{3}{4}-\frac{5}{2}}{1-\frac{1}{3}}$

v. $\frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{2}}}$

ii. $\frac{\frac{5-3}{6-4}}{3-\frac{2}{7}}$

iv. $\frac{4\frac{1}{6}-3\frac{1}{7}}{8+\frac{2}{3}}$

vi. $\frac{1}{5+\frac{1}{5+\frac{1}{5}}}$